

1. Publicação nº <i>INPE-3669-RPI/140</i>	2. Versão	3. Data <i>Out., 1985</i>	5. Distribuição <input checked="" type="checkbox"/> Interna <input type="checkbox"/> Externa <input type="checkbox"/> Restrita
4. Origem <i>DME-DIN</i>	Programa <i>TECLIM</i>		
6. Palavras chaves - selecionadas pelo(s) autor(es) <i>RADIAÇÃO SOLAR HORAS DE BRILHO SOLAR FUNÇÃO SPLINE CÚBICA</i>			
7. C.D.U.: <i>551.521.14(816.1)</i>			
8. Título <i>O USO DE SPLINES CÚBICAS NA ANÁLISE DOS DADOS DE RADIAÇÃO SOLAR GLOBAL</i>		10. Páginas: <i>35</i>	
		11. Última página: <i>26</i>	
		12. Revisada por <i>Y. Viswanadham</i> <i>Yelisetty Viswanadham</i>	
9. Autoria <i>Mariângela Amendola Jesus Marden dos Santos Lourdes B.C. Paão</i>		13. Autorizada por <i>M. A. Raupp</i> <i>Marco Antonio Raupp Diretor Geral</i>	
Assinatura responsável <i>Mariângela Amendola</i>			
14. Resumo/Notas <i>Utiliza-se a metodologia que determina uma função "spline" cúbica com segmento linear para investigar a radiação solar global diária que atinge uma superfície de área unitária (cm²) da Terra, medida em calorías, como função do número de horas de brilho solar. Os cálculos são feitos, mensalmente, para os dados diários de Jaboticabal - SP, do ano de 1983. Os resultados mostram que, para casos em que o coeficiente de correlação linear é baixo, a regressão pela função "spline" cúbica produz resultados melhores que a regressão linear.</i>			
15. Observações <i>Este trabalho foi parcialmente financiado pela FINEP.</i>			

ABSTRACT

The total global solar radiation received on the Earth's horizontal surface as a function of hours of bright sunshine is investigated using the method of cubic spline function with a linear segment. The calculations are monthly made with the daily data obtained at the station of Jaboticabal, São Paulo, Brazil, for the year 1983. The results show that for the cases of low linear correlation coefficient values the cubic spline function analysis produces good results compared with the simple linear regression.

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
LISTA DE FIGURAS	v
LISTA DE TABELAS	vi
1. <u>INTRODUÇÃO</u>	1
2. <u>FUNÇÃO "SPLINE" CÚBICA COM UM SEGMENTO LINEAR</u>	2
3. <u>APLICAÇÃO AOS DADOS DE RADIAÇÃO SOLAR DE JABOTICABAL - SP</u> ...	7
4. <u>DISCUSSÃO DOS RESULTADOS</u>	25
5. <u>CONCLUSÕES</u>	25
6. <u>BIBLIOGRAFIA</u>	26

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
1 - Representação gráfica dos pares de valores (ξ, η) e a reta de regressão estimada para o mês de janeiro	10
2 - Representação gráfica dos pares de valores (ξ, η) e a reta de regressão estimada para o mês de fevereiro	10
3 - Representação gráfica dos pares de valores (ξ, η) e a reta de regressão estimada para o mês de março	11
4 - Representação gráfica dos pares de valores (ξ, η) e a reta de regressão estimada para o mês de abril	11
5 - Representação gráfica dos pares de valores (ξ, η) e a reta de regressão estimada para o mês de maio	12
6 - Representação gráfica dos pares de valores (ξ, η) e a reta de regressão estimada para o mês de junho	12
7 - Representação gráfica dos pares de valores (ξ, η) e a reta de regressão estimada para o mês de julho	13
8 - Representação gráfica dos pares de valores (ξ, η) e a reta de regressão estimada para o mês de agosto	13
9 - Representação gráfica dos pares de valores (ξ, η) e a reta de regressão estimada para o mês de setembro	14
10 - Representação gráfica dos pares de valores (ξ, η) e a reta de regressão estimada para o mês de outubro	14
11 - Representação gráfica dos pares de valores (ξ, η) e a reta de regressão estimada para o mês de novembro	15
12 - Representação gráfica dos pares de valores (ξ, η) e a reta de regressão estimada para o mês de dezembro	15
13 - Representação gráfica da função "spline" cúbica para o mês de janeiro	19
14 - Representação gráfica da função "spline" cúbica para o mês de fevereiro	19
15 - Representação gráfica da função "spline" cúbica para o mês de março	20
16 - Representação gráfica da função "spline" cúbica para o mês de abril	20
17 - Representação gráfica da função "spline" cúbica para o mês de maio	21
18 - Representação gráfica da função "spline" cúbica para o mês de junho	21
19 - Representação gráfica da função "spline" cúbica para o mês de julho	22

	<u>Pág.</u>
20 - Representação gráfica da função "spline" cúbica para o mês de agosto	22
21 - Representação gráfica da função "spline" cúbica para o mês de setembro	23
22 - Representação gráfica da função "spline" cúbica para o mês de outubro	23
23 - Representação gráfica da função "spline" cúbica para o mês de novembro	24
24 - Representação gráfica da função "spline" cúbica para o mês de dezembro	24

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
1 - Valores relativos de horas de brilho solar, $\xi = n/N$, de Jabotical em 1983	8
2 - Valores relativos de radiação solar global, $\eta = Q/Q_0$ de Jabotical em 1983	9
3 - Resultados da aplicação aos dados de radiação solar de Jabotical - SP	17

1. INTRODUÇÃO

A radiação solar total diária, "Q", que atinge uma particular localidade na superfície da Terra, é função de muitos fatores, sendo que, dentre os fatores meteorológicos, aquele que fornece melhores resultados é o número de horas de brilho solar, "n", para a mesma localidade. Sendo "n" função da latitude, da declinação solar e da cobertura de nuvens, utilizam-se os valores relativos de duração diária de brilho solar " $\frac{n}{N}$ ", onde "N" é o número máximo possível de horas de brilho solar diário, ficando assim a cobertura de nuvens o único fator a ser considerado. A utilização de $\xi \equiv \frac{n}{N}$ implica a necessidade do uso de valores relativos de radiação total diária, $\eta = Q/Q_0$, onde Q_0 é a radiação total diária disponível na ausência de efeitos atmosféricos.

A expressão geral que correlaciona portanto esses dois parâmetros tem a forma:

$$\eta = f(\xi) , \quad (1)$$

sendo a mais simples aquela relação linear sugerida por Angström (1924). Vários refinamentos e variantes da relação de Angström tem sido propostos e usados no estudo de radiação solar (Martinez-Lozano et alii, 1984).

Recentemente, funções "spline" têm mostrado sua utilidade na análise de dados experimentais (Poirer, 1973). Uma função "spline" cúbica é uma função de regressão definida a partir da junção de polinômios cúbicos em pontos denominados nós, satisfazendo condições de continuidade de segunda ordem.

Objetivando investigar a radiação solar total como função de horas de brilho solar, utiliza-se a metodologia que determina a função "spline" cúbica para os dados diários de Jaboticabal, no ano de 1983.

2. FUNÇÃO "SPLINE" CÚBICA COM UM SEGMENTO LINEAR

Nesta seção descreve-se a teoria matemática de interpolação de funções de uma variável por função "spline" cúbica com um segmento linear.

Seja $\Delta = \{x_0 < x_1 < \dots < x_k\}$ uma partição de $[x_0, x_k]$ em k subintervalos de tamanhos $h_i = x_i - x_{i-1}$; onde $i = 1, 2, \dots, k$. Seja $y = \{y_0, y_1, \dots, y_k\}$ um conjunto de valores associado, isto é, $y_i = S(x_i)$, ($i = 0, 1, \dots, k$). A função que interpola S em Δ satisfazendo as condições:

1) $S(x) \in C^2 [x_0, x_k]$,

2) $S(x)$ coincide com um polinômio de grau menor ou igual a 3 nos intervalos $[x_{i-1}, x_i]$, ($i = 1, k$) e

3) $S(x_i) = y_i$, $i = 0, 1, \dots, k$,

é chamada função "spline" cúbica.

Desde que a derivada segunda de uma função cúbica é linear, então, da equação da reta que passa por dois pontos, tem-se que, para $x_{i-1} \leq x \leq x_i$ ($i = 1, 2, \dots, k$),

$$S''(x) = \left(\frac{x_i - x}{h_i}\right) M_{i-1} + \left(\frac{x - x_{i-1}}{h_i}\right) M_i , \quad (2)$$

onde
$$\begin{cases} M_{i-1} = S''(x_{i-1}) \\ M_i = S''(x_i) \end{cases} , \quad (i = 1, 2, \dots, k) \quad (3)$$

são valores desconhecidos.

Integrando a Equação 2 duas vezes e determinando as constantes de integração através da terceira condição da definição de S , tem-se que, para $x_{i-1} \leq x \leq x_i$ ($i = 1, \dots, k$),

$$S'(x) = \left[\frac{h_i}{6} - \frac{(x_i - x)^2}{2h_i} \right] M_{i-1} + \left[\frac{(x - x_{i-1})^2}{2h_i} - \frac{h_i}{6} \right] M_i + \frac{y_i - y_{i-1}}{h_i} \quad (4)$$

e

$$S(x) = \frac{(x_i - x)}{6h_i} [(x_i - x)^2 - h_i^2] M_{i-1} + \frac{(x - x_{i-1})}{6h_i} [(x - x_{i-1})^2 - h_i^2] M_i + \frac{(x_i - x)}{h_i} y_{i-1} + \frac{(x - x_{i-1})}{h_i} y_i, \quad (5)$$

onde, as únicas quantidades desconhecidas nas Equações 4 e 5 são as especificadas na Equação 3.

Da Equação 4 tem-se que os limites à esquerda e à direita, calculados nos pontos de junção x_i ($i = 1, \dots, k-1$), denotados por $S'(x_i^-)$ e $S'(x_i^+)$, são:

$$S'(x_i^-) = \frac{h_i}{6} M_{i-1} + \frac{h_i}{3} M_i + (y_i - y_{i-1})/h_i, \quad (6)$$

$$S''(x_i^+) = -\frac{h_{i+1}}{3} M_i - \frac{h_{i+1}}{6} M_{i+1} + (y_{i+1} - y_i)/h_{i+1} \quad (7)$$

Desde que $S'(x)$ é contínua de acordo com o primeiro item da definição de S , das Equações 6 e 7 tem-se:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{h_i}{h_i + h_{i+1}} \right) M_{i-1} + 2M_i + \left(\frac{h_{i+1}}{h_i + h_{i+1}} \right) M_{i+1} \\ & = \frac{6y_{i-1}}{h_i(h_i+h_{i+1})} - \frac{6y_i}{h_i h_{i+1}} + \frac{6y_{i+1}}{h_{i+1}(h_i+h_{i+1})} , \end{aligned} \quad (8)$$

(i = 1, ..., k-1).

As condições de continuidade expressas na Equação 8 com sistem em (k-1) equações a(k+1) incógnitas M_i (i=0, 1, ..., k). Esta subespecificação pode ser corrigida com a geração de restrições, para M_{k_0} , M_{k_0-1} , baseadas em alguma justificativa a priori, escolhido k_0 , $1 < k_0 < k$.

Com o objetivo de aplicar a relação linear de Angström para alguns valores de x e y, impõe-se a restrição de que:

$$M_{k_0-1} = M_{k_0} = 0 , \quad 1 < k_0 < k , \quad (9)$$

onde k_0 é selecionado a partir da distribuição de y como função de x. A condição da Equação 9 implica que a função "spline" cúbica é linear no subintervalo $x_{k_0-1} \leq x \leq x_{k_0}$.

Tomando agora:

$$M = (M_0, M_1, \dots, M_{k_0-1}, M_{k_0}, \dots, M_k)^T \quad (10)$$

e

$$y = (y_0, y_1, \dots, y_k)^T , \quad (11)$$

tem-se que as Equações 8 e 9 podem ser escritas na forma matricial:

$$A_1 M = A_2 Y , \quad (12)$$

onde A_1 e A_2 , especificadas no que segue, são matrizes (k+1) x (k+1).

$A_1 =$

$h_1 \quad 2(h_1 + h_2) \quad h_2$
 $h_2 \quad 2(h_2 + h_3) \quad h_3$
 \dots
 $h_{k_0-2} \quad 2(h_{k_0-2} + h_{k_0-1})$
 h_{k_0-1}
 1
 0
 1
 h_{k_0+1}
 $2(h_{k_0+1} + h_{k_0+2}) \quad h_{k_0+2}$
 $h_{k_0+2} \quad 2(h_{k_0+2} + h_{k_0+3}) \quad h_{k_0+3}$
 \dots
 $h_{k-1} \quad 2(h_{k-1} + h_k) \quad h_k$

(13)

$A_2 =$

$\frac{6}{h_1} \quad \frac{-6(h_1 + h_2)}{h_1 h_2} \quad \frac{6}{h_2}$
 $\frac{6}{h_2} \quad \frac{-6(h_2 + h_3)}{h_2 h_3} \quad \frac{6}{h_3}$
 \dots
 $\frac{6}{h_{k_0-1}} \quad \frac{-6(h_{k_0-1} + h_{k_0})}{h_{k_0-1} h_{k_0}} \quad \frac{6}{h_{k_0}}$
 $0 \quad 0 \quad 0 \quad 0$
 $\frac{6}{h_{k_0}} \quad \frac{-6(h_{k_0} + h_{k_0+1})}{h_{k_0} h_{k_0+1}} \quad \frac{6}{h_{k_0+1}}$
 $\frac{6}{h_{k-1}} \quad \frac{-6(h_{k-1} + h_k)}{h_{k-1} h_k} \quad \frac{6}{h_k}$

(14)

Isto posto, se A_1 é não-singular, então a Equação 12 pode ser resolvida de maneira única para o vetor incôgnita M como:

$$M = A_1^{-1} A_2 Y , \quad (15)$$

do qual se obtém a forma final da função "spline" cúbica $S(x)$ como dada na Equação 5, isto é:

$$S(x) = P_i(x), \quad x_{i-1} \leq x \leq x_i , \quad (i = 1, \dots, k) .$$

Agora, para qualquer vetor $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ de abscissas, é possível expressar o vetor correspondente:

$$S(\xi) = (S(\xi_1), S(\xi_2), \dots, S(\xi_n))^T \quad (16)$$

como valores interpolados pela função "spline" cúbica definida na Equação 5.

A partir das Equações 5, 10 e 12 pode-se escrever a Equação 16 de forma matricial como:

$$S(\xi) = PM + QY , \quad (17)$$

de modo que, se $x_{i-1} \leq \xi_j \leq x_i$,

$$P = (p_{J,m}) = \begin{cases} \left(\frac{x_i - \xi_j}{6h_i} \right) \{ (x_i - \xi_j)^2 - h_i^2 \}, & \text{para } m=i-1 \\ \left(\frac{\xi_j - x_{i-1}}{6h_i} \right) \{ (\xi_j - x_{i-1})^2 - h_i^2 \}, & \text{para } m=i \\ 0 , & \text{para } m \neq i-1, m \neq i \end{cases} \quad (18)$$

$$Q = (q_{J,m}) = \begin{cases} \left(\frac{x_i - \xi_j}{h_i} \right), & \text{para } m=i-1 \\ \left(\frac{\xi_j - x_{i-1}}{h_i} \right), & \text{para } m=i \\ 0, & \text{para } m \neq i-1, m \neq i \end{cases} \quad (19)$$

Usando a Equação 10 obtêm-se:

$$S(\xi) = WY, \quad (20)$$

onde:

$$W = (PA_1^{-1} A_2 + Q).$$

Na próxima seção utiliza-se a teoria que determina a função "spline" cúbica da Equação 5 para os dados diários de Jaboticabal, no ano de 1983.

3. APLICAÇÃO AOS DADOS DE RADIAÇÃO SOLAR DE JABOTICABAL - SP

Os dados relativos de ξ e n , especificados anteriormente, são apresentados nas Tabelas 1 e 2 respectivamente.

As Figuras de 1 a 12 mostram a distribuição de (ξ, n) para cada mês. Nestas figuras "r" denota o coeficiente de correlação linear simultâneo para ξ e n , e "a" e "b" os coeficientes de regressão linear que melhor se ajustam a tal distribuição:

$$n = a + b\xi.$$

TABELA 1

VALORES RELATIVOS DE HORAS DE BRILHO SOLAR, $\xi=n/N$,
DE JABOTICABAL EM 1983

DIA	MÊS											
	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
1	0,47	0,00	0,43	0,64	0,92	0,00	0,45	0,27	0,00	0,54	0,60	0,23
2	0,28	0,00	0,34	0,84	0,92	0,00	0,48	0,63	0,00	0,13	0,13	0,20
3	0,62	0,00	0,50	0,72	0,74	0,16	0,64	0,89	0,00	0,34	0,48	0,70
4	0,60	0,36	0,52	0,69	0,74	0,04	0,82	0,89	0,40	0,47	0,16	0,65
5	0,06	0,56	0,41	0,38	0,88	0,28	0,62	0,90	0,48	0,03	0,80	0,81
6	0,09	0,66	0,06	0,25	0,78	0,55	0,85	0,84	0,00	0,10	0,87	0,55
7	0,23	0,09	0,00	0,33	0,68	0,46	0,76	0,81	0,00	0,02	0,85	0,50
8	0,21	0,00	0,33	0,43	0,55	0,53	0,85	0,87	0,00	0,81	0,90	0,26
9	0,33	0,29	0,85	0,86	0,63	0,71	0,84	0,85	0,35	0,87	0,21	0,19
10	0,33	0,20	0,88	0,70	0,65	0,57	0,91	0,82	0,00	0,83	0,02	0,10
11	0,38	0,45	0,88	0,53	0,14	0,51	0,90	0,75	0,00	0,65	0,13	0,07
12	0,41	0,42	0,45	0,53	0,48	0,66	0,80	0,63	0,08	0,36	0,56	0,49
13	0,00	0,52	0,58	0,81	0,29	0,81	0,89	0,46	0,70	0,00	0,29	0,12
14	0,00	0,57	0,37	0,76	0,54	0,53	0,90	0,80	0,75	0,03	0,46	0,08
15	0,01	0,75	0,82	0,16	0,55	0,81	0,79	0,76	0,33	0,51	0,46	0,45
16	0,00	0,90	0,88	0,75	0,88	0,61	0,61	0,83	0,24	0,88	0,90	0,64
17	0,00	0,86	0,85	0,79	0,32	0,84	0,30	0,84	0,54	0,36	0,83	0,75
18	0,02	0,67	0,47	0,65	0,58	0,76	0,00	0,83	0,19	0,03	0,91	0,33
19	0,11	0,79	0,00	0,49	0,76	0,89	0,00	0,64	0,00	0,52	0,55	0,51
20	0,16	0,75	0,01	0,46	0,75	0,86	0,00	0,68	0,53	0,89	0,64	0,50
21	0,83	0,87	0,17	0,62	0,66	0,90	0,18	0,83	0,41	0,70	0,70	0,34
22	0,73	0,67	0,73	0,11	0,10	0,66	0,81	0,79	0,74	0,11	0,05	0,22
23	0,83	0,51	0,85	0,83	0,00	0,75	0,82	0,76	0,03	0,00	0,86	0,32
24	0,77	0,56	0,77	0,00	0,00	0,68	0,89	0,71	0,26	0,21	0,62	0,52
25	0,51	0,68	0,71	0,10	0,25	0,43	0,91	0,75	0,64	0,34	0,82	0,00
26	0,57	0,53	0,36	0,26	0,09	0,70	0,82	0,82	0,81	0,33	0,88	0,05
27	0,58	0,40	0,40	0,85	0,78	0,38	0,78	0,86	0,87	0,80	0,87	0,32
28	0,75	0,54	0,75	0,83	0,39	0,46	0,83	0,90	0,80	0,86	0,43	0,40
29	0,66	9,00	0,68	0,85	0,73	0,67	0,70	0,88	0,81	0,86	0,50	0,49
30	0,18	9,00	0,68	0,94	0,12	0,77	0,86	0,87	0,60	0,61	0,85	0,34
31	0,02	9,00	0,74	9,00	0,00	9,00	0,76	0,69	9,00	0,08	9,00	0,12
MÉDIA MENSAL	0,35	0,49	0,53	0,57	0,51	0,57	0,67	0,77	0,35	0,43	0,58	0,36
DESVIO PADRÃO	0,28	0,27	0,28	0,26	0,30	0,25	0,28	0,13	0,31	0,32	0,29	0,22

Obs.: Os valores 9,0 indicam ausência de dados.

TABELA 2

VALORES RELATIVOS DE RADIAÇÃO SOLAR GLOBAL, $\eta=Q/Q_0$,
DE JABOTICABAL EM 1983

DIA \ MÊS	MÊS											
	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
1	9,00	0,18	0,51	0,52	0,69	0,12	0,55	0,35	0,42	0,55	0,59	0,46
2	9,00	0,13	0,47	0,66	0,71	0,18	0,53	0,66	0,12	0,33	0,30	0,35
3	9,00	0,26	0,53	0,59	0,64	0,31	0,59	0,67	0,33	0,48	0,52	0,55
4	9,00	0,45	0,55	0,60	0,58	0,27	0,64	0,72	9,00	0,56	0,19	0,51
5	9,00	0,54	0,51	0,51	0,63	0,42	0,55	0,72	0,50	0,29	0,66	0,62
6	9,00	0,60	0,27	0,42	0,56	0,52	0,54	0,71	0,09	0,24	0,64	0,56
7	9,00	0,33	0,18	0,36	0,63	0,46	0,66	0,68	0,07	0,08	0,67	0,44
8	9,00	0,21	0,49	0,44	0,59	0,59	9,00	0,68	0,13	0,67	0,69	0,40
9	9,00	9,00	0,66	0,70	0,57	0,59	0,70	0,62	0,51	0,64	0,42	0,40
10	9,00	0,33	0,70	0,59	0,68	0,57	0,71	0,63	0,14	0,65	0,23	9,00
11	9,00	9,00	0,67	0,55	0,41	0,51	0,69	0,62	0,19	0,58	0,35	0,30
12	9,00	0,47	0,45	0,52	0,48	0,64	0,67	0,62	0,20	0,50	0,47	0,50
13	9,00	0,52	0,58	0,64	0,50	0,69	0,69	0,59	0,63	0,12	0,45	0,29
14	9,00	0,53	0,42	0,71	0,54	0,51	0,69	0,60	0,64	0,22	0,46	0,34
15	9,00	0,60	0,67	0,39	0,56	0,54	0,65	0,63	0,40	0,49	9,00	0,39
16	9,00	0,72	0,69	0,59	0,65	0,68	0,59	0,67	0,38	0,67	0,66	0,59
17	9,00	0,71	0,61	0,53	0,38	0,67	0,41	0,68	0,48	0,47	0,71	0,63
18	9,00	0,63	0,45	0,58	0,60	0,67	0,14	0,64	9,00	0,26	0,68	0,47
19	9,00	0,67	0,15	9,00	0,64	0,70	0,13	0,54	0,09	0,47	0,59	0,56
20	9,00	0,61	0,21	0,47	0,23	0,68	0,13	0,56	0,55	0,72	0,57	0,53
21	0,68	0,64	0,38	0,51	0,62	0,71	0,26	0,65	0,47	0,64	0,60	0,47
22	0,63	0,58	0,60	0,29	0,60	0,70	0,68	0,62	0,62	0,25	0,28	0,40
23	0,70	0,61	0,70	0,67	0,09	0,64	0,66	0,61	0,20	0,06	0,69	0,35
24	0,66	0,58	0,65	0,06	0,22	0,60	0,65	0,60	0,41	0,47	0,51	0,54
25	0,55	0,64	0,60	0,35	0,44	0,47	0,68	0,60	0,55	0,50	0,66	0,27
26	0,52	0,58	0,50	0,43	0,30	0,54	0,64	0,62	0,65	0,49	0,64	0,33
27	0,60	0,45	0,51	0,68	0,65	0,47	9,00	0,68	0,70	0,71	0,69	0,47
28	0,61	0,63	0,63	0,67	0,50	0,55	0,61	0,69	0,68	0,64	0,54	0,53
29	0,62	9,00	0,60	0,70	0,63	0,61	0,58	0,68	0,64	0,69	0,50	0,57
30	0,34	9,00	0,60	0,71	9,00	0,64	0,67	0,67	0,54	0,64	0,69	0,51
31	0,23	9,00	0,60	9,00	0,12	9,00	9,00	0,55	9,00	0,23	9,00	0,46
MÉDIA MENSAL	0,56	0,51	0,52	0,53	0,51	0,54	0,56	0,63	0,41	0,46	0,54	0,46
DESVIO PADRÃO	0,14	0,16	0,15	0,15	0,17	0,15	0,18	0,07	0,21	0,20	0,15	0,10

Obs.: Os valores 9,0 indicam ausência de dados.

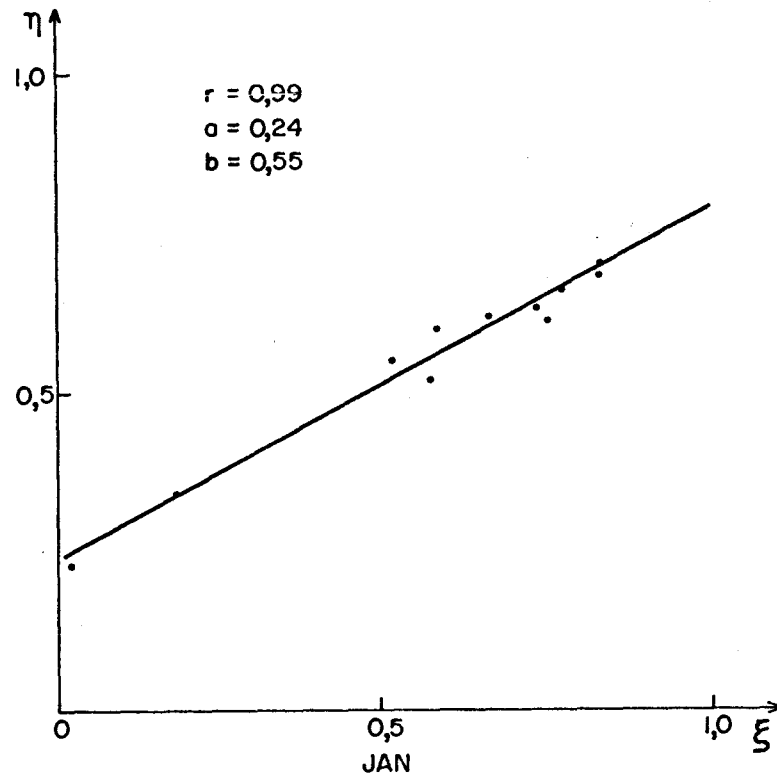


Fig. 1 - Representação gráfica dos pares de valores (ξ, η) e a reta de regressão estimada para o mês de janeiro.

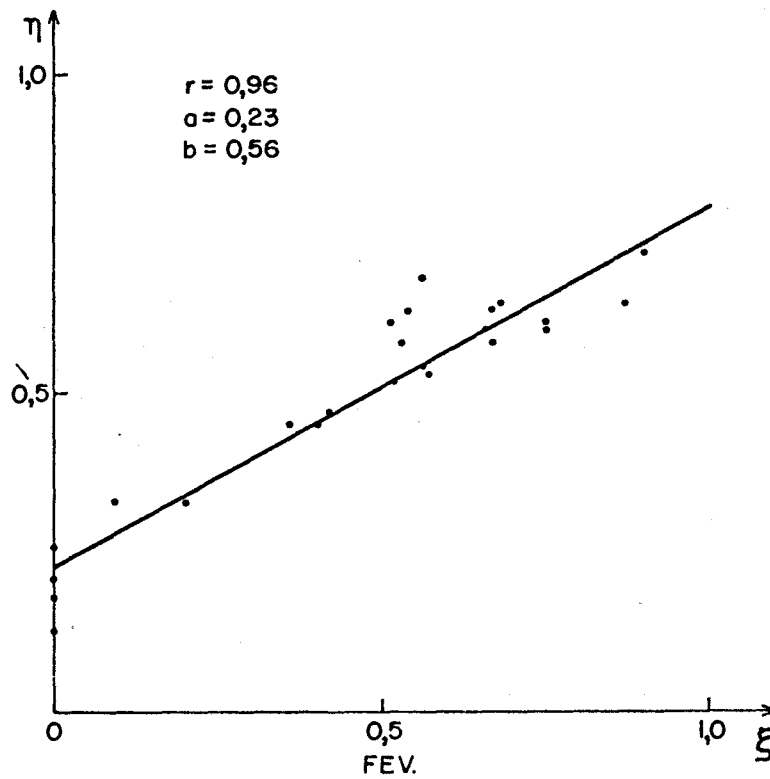


Fig. 2 - Representação gráfica dos pares de valores (ξ, η) e a reta de regressão estimada para o mês de fevereiro.

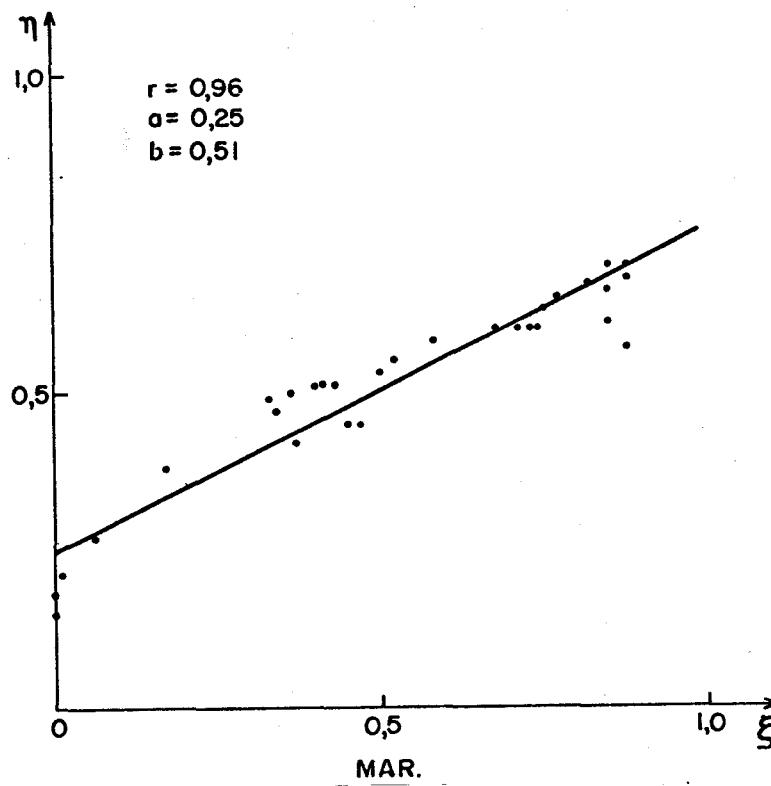


Fig. 3 - Representação gr̃fica dos pares de valores (ξ, η) e a reta de regress̃o estimada para o m̃s de março.

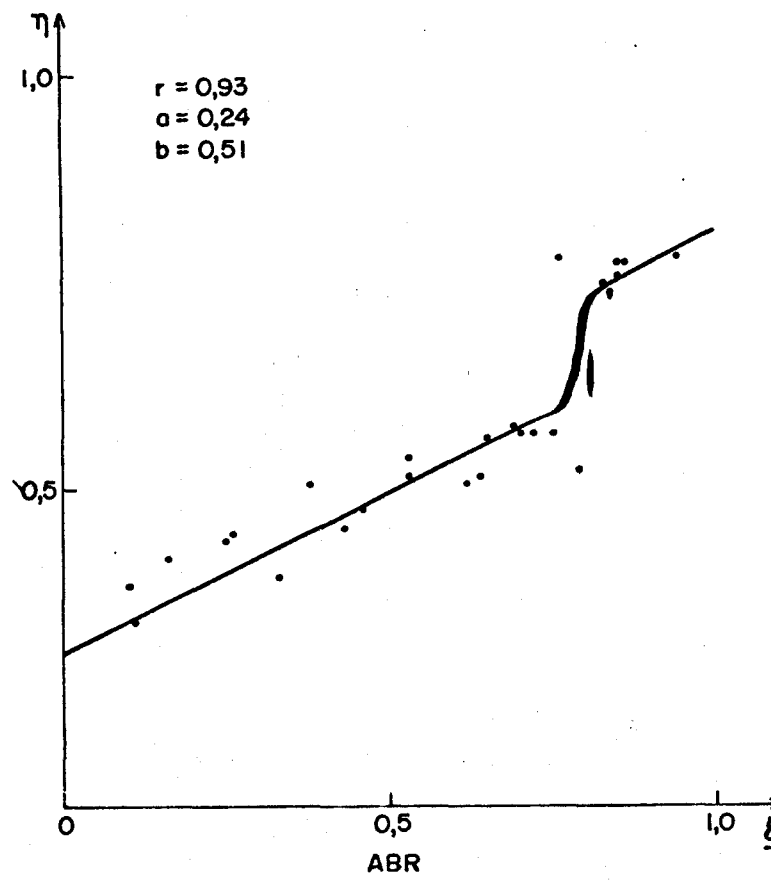


Fig. 4 - Representação gr̃fica dos pares de valores (ξ, η) e a reta de regress̃o estimada para o m̃s de abril.

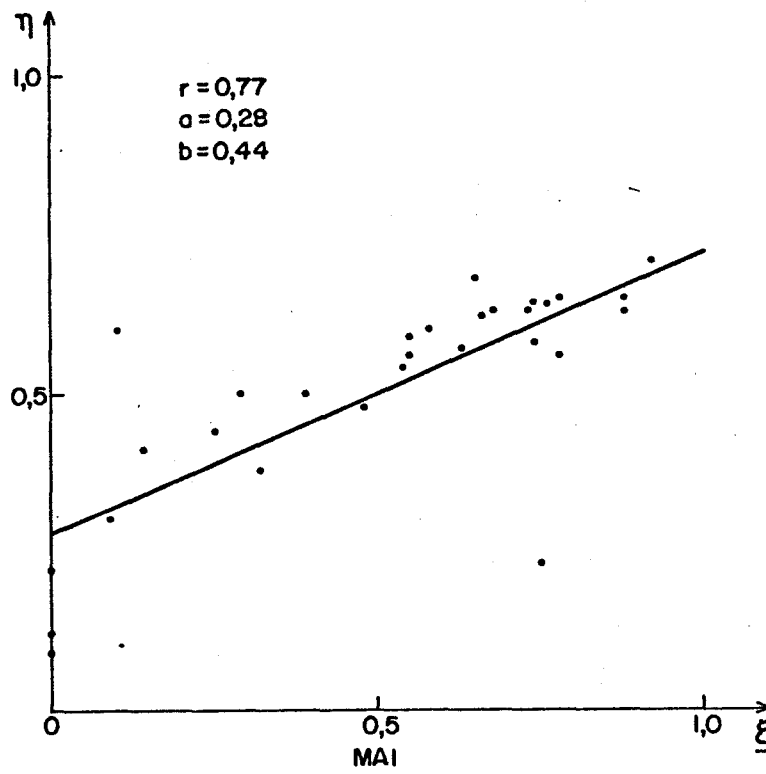


Fig. 5 - Representação gráfica dos pares de valores (ξ, η) e a reta de regressão estimada para o mês de maio.

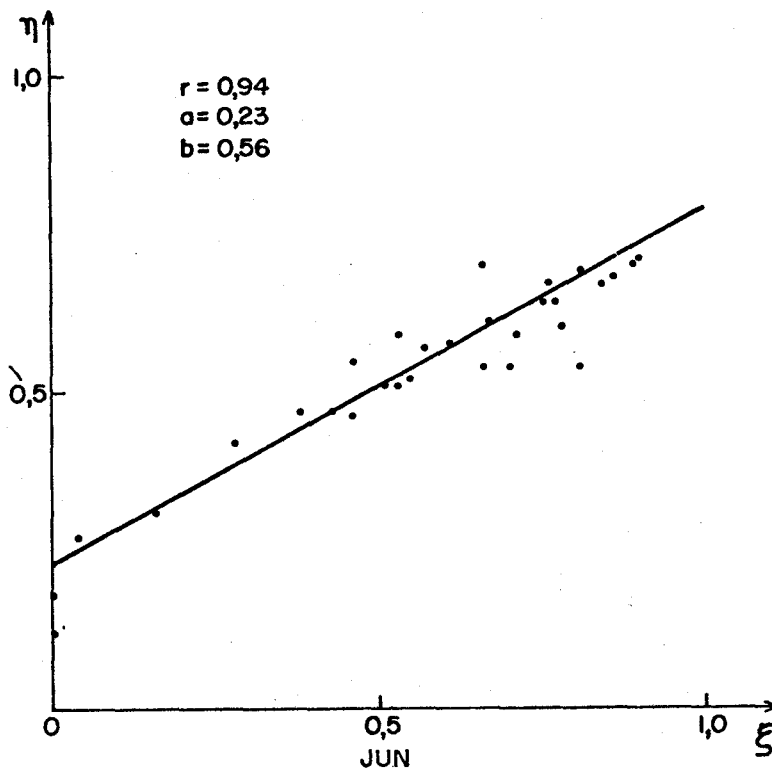


Fig. 6 - Representação gráfica dos pares de valores (ξ, η) e a reta de regressão estimada para o mês de junho.

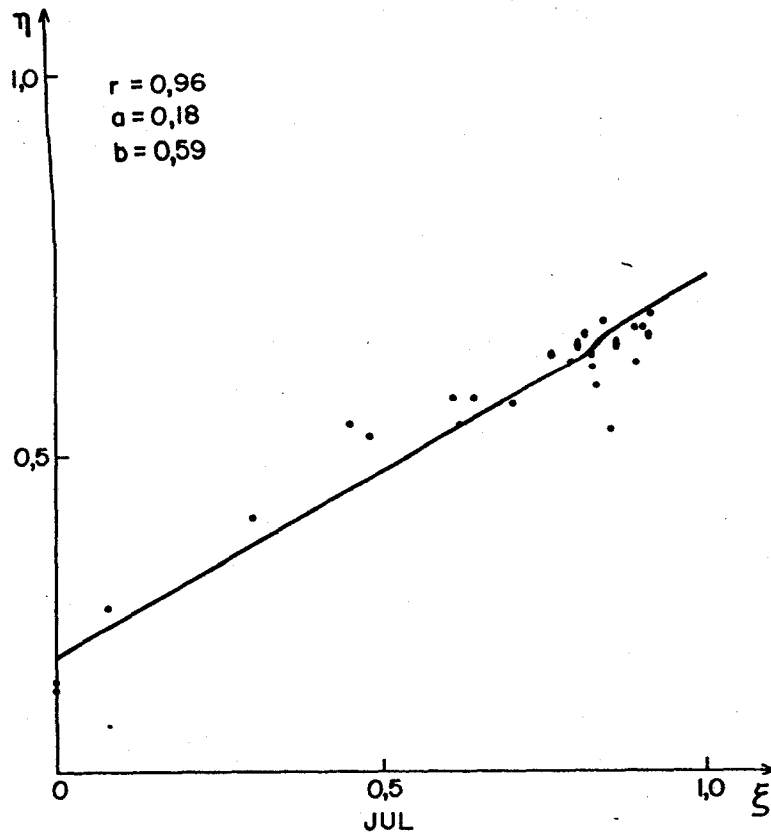


Fig. 7 - Representação gráfica dos pares de valores (ξ, η) e a reta de regressão estimada para o mês de julho.

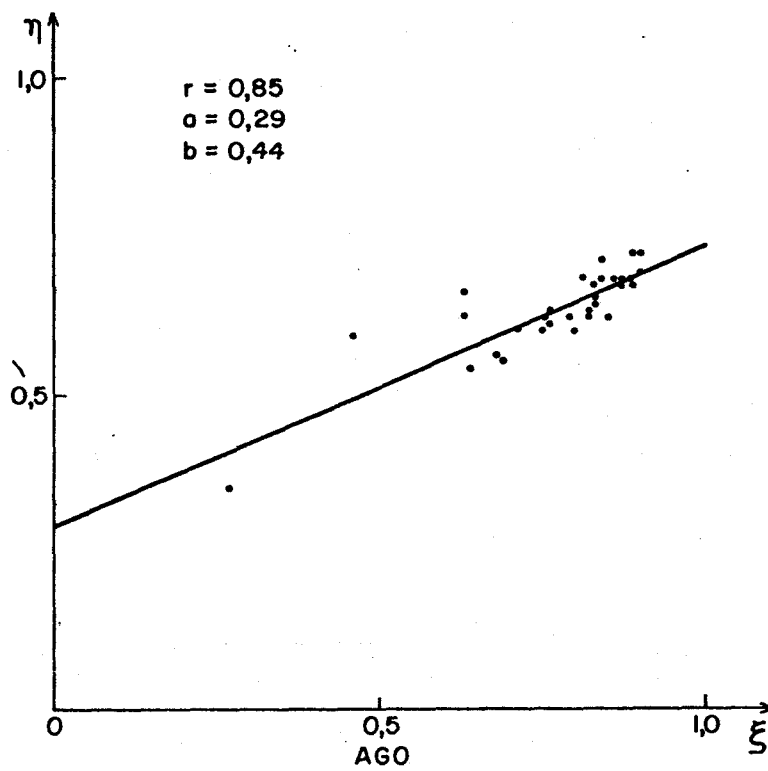


Fig. 8 - Representação gráfica dos pares de valores (ξ, η) e a reta de regressão estimada para o mês de agosto.

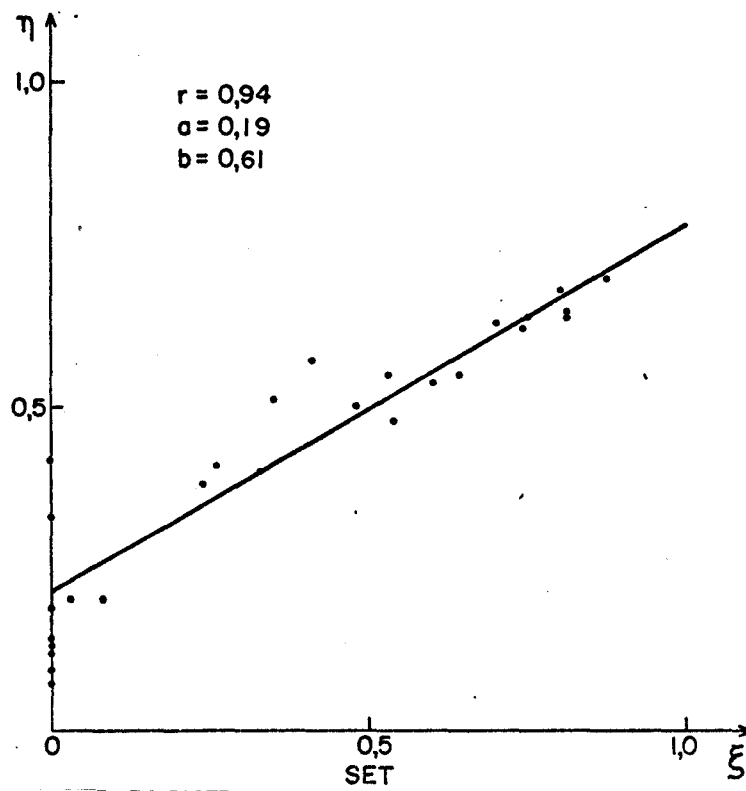


Fig. 9 - Representação gráfica dos pares de valores (ξ, η) e a reta de regressão estimada para o mês de setembro.

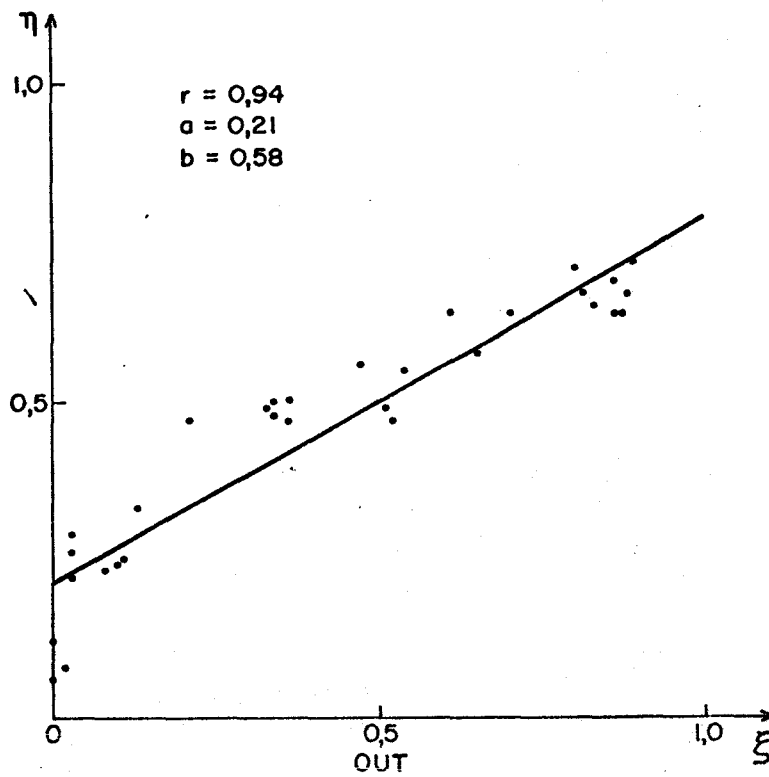


Fig. 10 - Representação gráfica dos pares de valores (ξ, η) e a reta de regressão estimada para o mês de outubro.

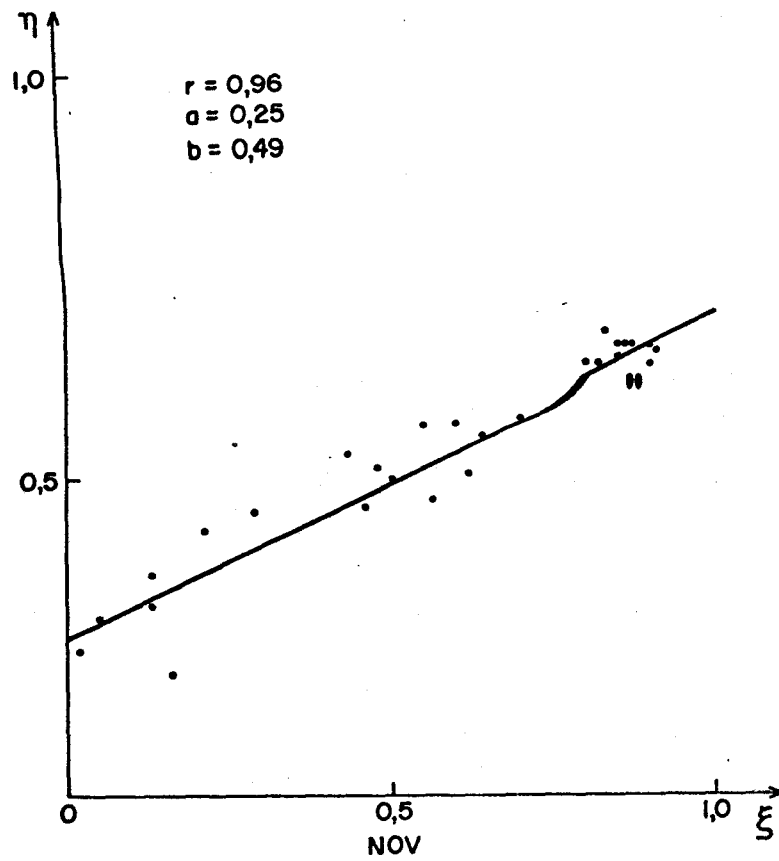


Fig. 11 - Representação grãfica dos pares de valores (ξ, η) e a reta de regressão estimada para o mês de novembro.

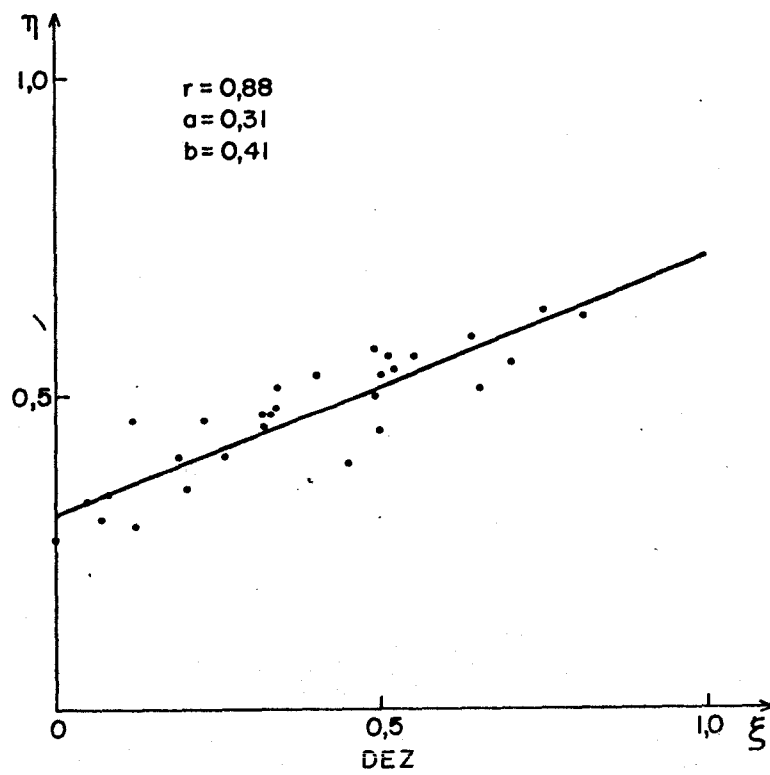


Fig. 12 - Representação grãfica dos pares de valores (ξ, η) e a reta de regressão estimada para o mês de dezembro.

Com base nas Figuras de 1 a 12, determinou-se que, em média, cinco é um número suficiente de valores de " ξ " a serem considerados "nós" para cada mês ($\xi_0^* < \xi_1^* < \xi_2^* < \xi_3^* < \xi_4^*$). Os "nós" foram definidos como aqueles valores para os quais $\eta = f(\xi)$ apresentasse alguma "mudança estrutural" (descontinuidade na terceira derivada), e, de maneira que entre alguns dos intervalos assim determinados ($[\xi_{i-1}^*, \xi_i^*]$, $i = 1,4$) houvesse uma relação linear, e assim selecionou-se $k_0 = 2$, $1 < k_0 < 4$.

Os resultados da aplicação desta teoria são mostrados na Tabela 3. As quatro últimas colunas desta tabela mostram os coeficientes dos segmentos polinomiais da função "spline" cúbica em cada intervalo $[\xi_{i-1}^*, \xi_i^*]$, $i = 1,4$.

Estes segmentos polinomiais definem S explicitamente. As estimativas de radiação solar podem, portanto, ser obtidas diretamente do conhecimento dos dados de brilho solar para as mesmas condições geográficas. As Figuras de 13 a 24 mostram os gráficos das funções "splines" cúbicas para cada mês.

TABELA 3

RESULTADOS DA APLICAÇÃO AOS DADOS DE RADIAÇÃO DE JABOTICABAL - SP

MÊS	ξ^*	η^*	COEF. DOS SEGMENTOS POLINOMIAIS EM (x_i, x_{i+1})			
			x^3	x^2	x	const.
Jan	0,0154	0,2327	-0,0014	0,0007	0,6361	0,2228
	0,1775	0,3357	0,0000	0,0000	0,6375	0,2226
	0,5140	0,5503	-0,2531	0,3902	0,1953	0,3811
	0,7265	0,6320	1,2029	-2,6577	2,6715	-0,3674
	0,8268	0,7045	-0,2275	0,1389	0,3534	0,2551
Fev	0,0000	0,2551	0,0000	0,0000	0,5997	0,2088
	0,2035	0,3309	-0,1140	0,1373	0,4388	0,2587
	0,4016	0,4497	0,6552	-1,3836	1,5708	-0,0482
	0,6693	0,5797	0,6130	-0,6135	1,0883	0,1768
	0,9001	0,7225	0,0000	0,0000	0,3388	0,3813
Mar	0,0000	0,1768	-0,1908	0,3292	-0,0366	0,5246
	0,3336	0,4943	1,4280	-3,2255	3,0667	-0,4783
	0,5753	0,5762	1,8431	-0,8652	2,2019	0,0575
	0,7344	0,5998	0,0000	0,0000	0,2685	0,3460
	0,8831	0,6978	0,2317	-0,3169	0,6311	0,2246
Abr	0,0000	0,0576	-1,1248	2,5171	-1,3268	0,6718
	0,1565	0,3880	1,0914	-0,9506	1,1534	0,2192
	0,4558	0,4684	0,0000	0,0000	-0,1216	0,5361
	0,6983	0,5896	0,7417	-1,0687	1,0823	0,1222
	0,9351	0,7124	-3,2405	7,4863	-5,3338	1,8000
Mai	0,0000	0,2192	0,6043	-0,5052	1,1957	0,1165
	0,2904	0,5008	0,0000	0,0000	0,4976	0,2849
	0,4803	0,4777	-0,7024	1,1973	-0,8728	0,8059
	0,7426	0,6404	5,5931	-12,3665	9,8500	-2,2136
	0,9201	0,7059				
Jun	0,0000	0,1165				
	0,2786	0,4236				
	0,5682	0,5676				
	0,7004	0,5405				
	0,8966	0,7081				

A primeira e a segunda coluna mostram os valores de ξ^* e η^* observados respectivamente. As últimas quatro colunas mostram os coeficientes dos segmentos polinomiais cúbicos determinados para cada intervalo.

(continua)

Tabela 3 - Conclusão

MÊS	ξ^*	n^*	COEF. DOS SEGMENTOS POLINOMIAIS EM (x_j, x_{j+1})			
			x^3	x^2	x	const.
Jul	0,0000	0,1259	0,6207	-0,8336	1,1865	0,1259
	0,4476	0,5456	0,0000	0,0000	0,3170	0,2450
	0,7859	0,6528	-1,3373	3,1530	-3,4957	0,2285
	0,8300	0,6078	12,1800	-30,9051	27,3448	0,9132
	0,9096	0,7070	-0,2330	0,4450	0,2782	0,2422
Ago	0,2723	0,3462	0,0000	0,0000	0,7635	0,0535
	0,6365	0,5395	-1,4701	3,3349	-3,2252	1,7983
	0,7561	0,6308	14,5397	-35,9565	30,7357	-8,4243
	0,8019	0,5985	0,2374	-0,1743	0,8092	0,1933
	0,9027	0,7161	0,0000	0,0000	0,5434	0,2514
Set	0,0000	0,1933	-0,2092	0,2574	0,2397	0,3471
	0,2448	0,3844	1,3521	-2,7410	2,4495	-0,2484
	0,4101	0,4743	0,8724	-0,3441	1,6415	0,1230
	0,6402	0,5511	0,0000	0,0000	0,7389	0,2377
	0,8700	0,6985	-0,3214	0,3430	0,3339	0,3529
Out	0,0000	0,1230	1,1425	-2,4992	2,2003	-0,0631
	0,1315	0,3349	0,2755	-0,4008	0,7435	0,2197
	0,3557	0,5006	0,0000	0,0000	0,3344	0,3552
	0,7014	0,6449	0,2336	-0,4456	0,8405	0,1535
	0,8861	0,7191	-1,4257	3,6459	-3,3121	1,7463
Nov	0,0155	0,2311	0,1889	-0,1876	0,6475	0,2669
	0,4849	0,5174	0,0000	0,0000	0,4172	0,3295
	0,6357	0,5678	-0,1043	0,1726	0,2185	0,4041
	0,8500	0,6895	0,7136	-1,4718	1,2200	0,2223
	0,9057	0,6779	0,6398	0,5872	0,8093	0,6239
Dez	0,0000	0,2669	0,1889	-0,1876	0,6475	0,2669
	0,3311	0,4676	0,0000	0,0000	0,4172	0,3295
	0,5518	0,5597	-0,1043	0,1726	0,2185	0,4041
	0,6398	0,5872	0,7136	-1,4718	1,2200	0,2223
	0,8093	0,6239	0,6398	0,5872	0,8093	0,6239

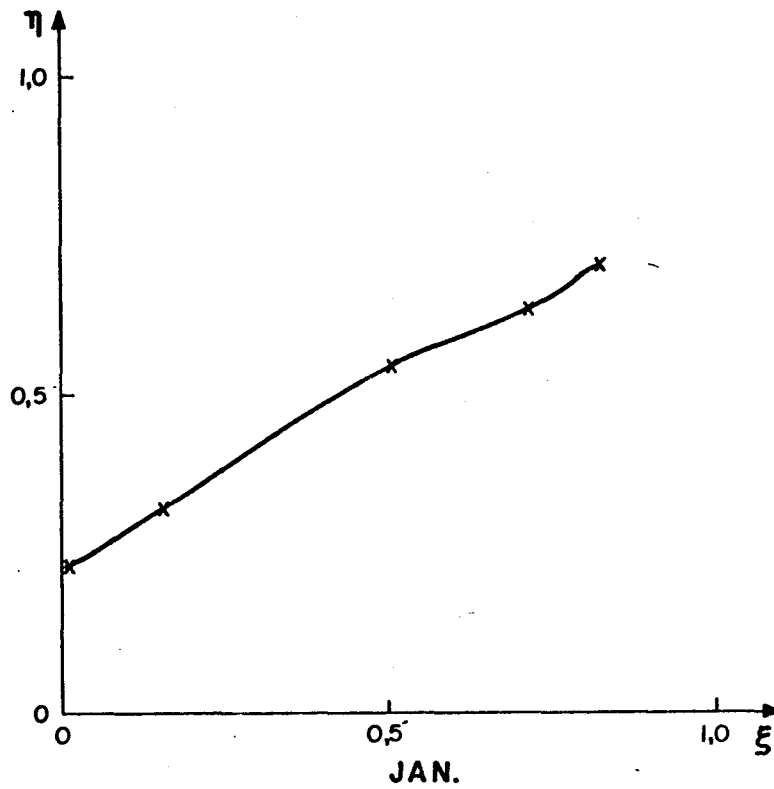


Fig. 13 - Representação gráfica da função "spline" cúbica para o mês de janeiro.

Os pontos "x" indicam as posições dos "nós" considerados.

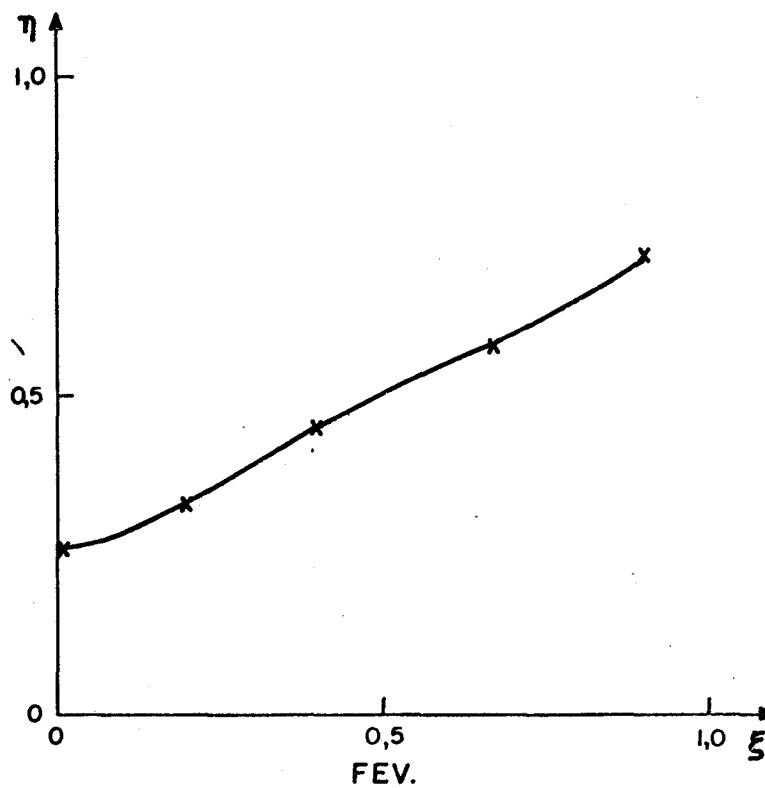


Fig. 14 - Representação gráfica da função "spline" cúbica para o mês de fevereiro.

Os pontos "x" indicam as posições dos "nós" considerados.

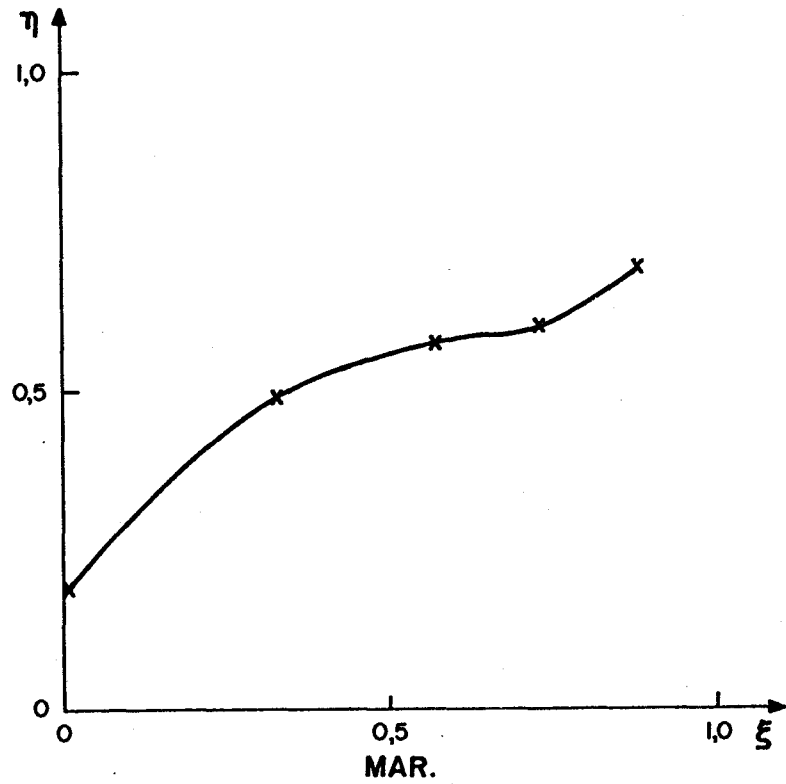


Fig. 15 - Representação gráfica da função "spline" cúbica para o mês de março.

Os pontos "x" indicam as posições dos "nós" considerados.

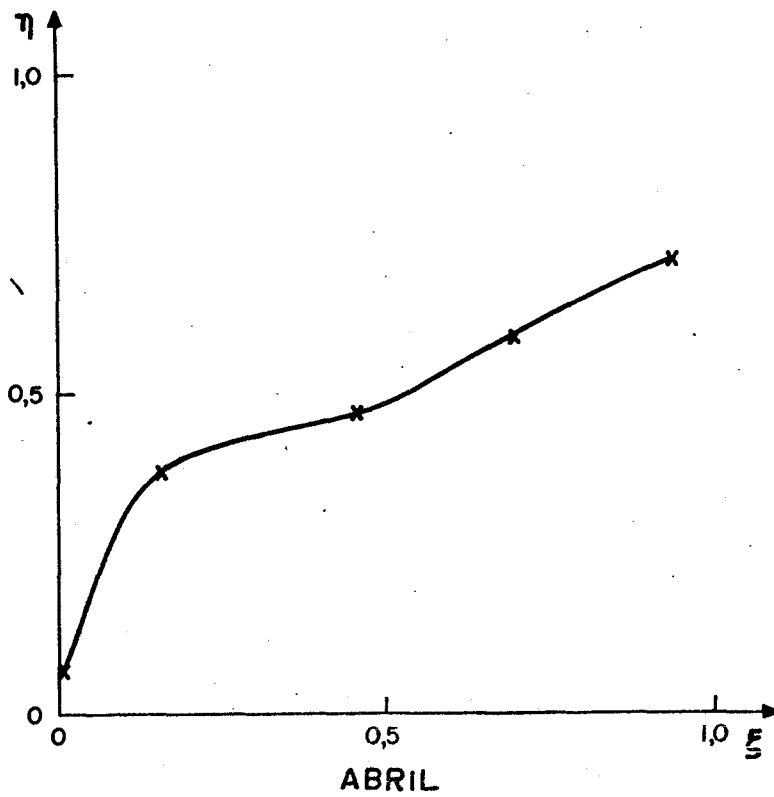


Fig. 16 - Representação gráfica da função "spline" cúbica para o mês de abril.

Os pontos "x" indicam as posições dos "nós" considerados.

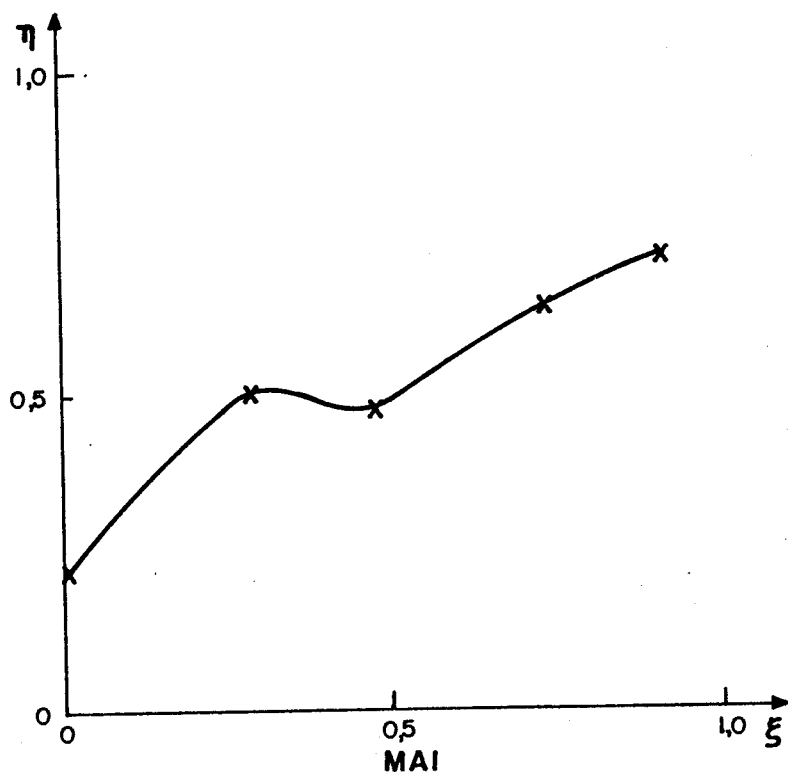


Fig. 17 - Representação gráfica da função "spline" cúbica para o mês de maio.

Os pontos "x" indicam as posições dos "nós" considerados.

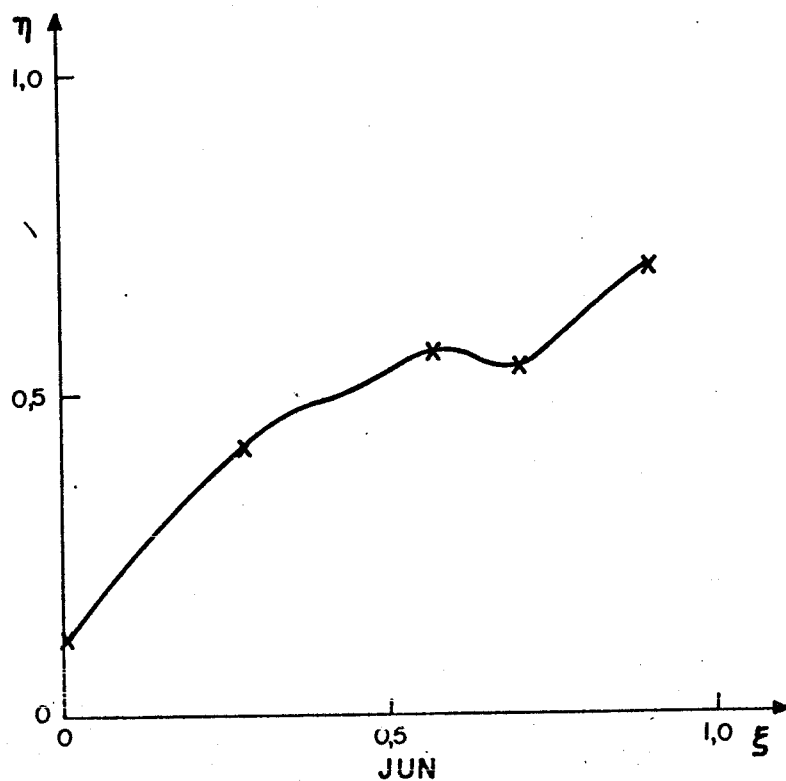


Fig. 18 - Representação gráfica da função "spline" cúbica para o mês de junho.

Os pontos "x" indicam as posições dos "nós" considerados.

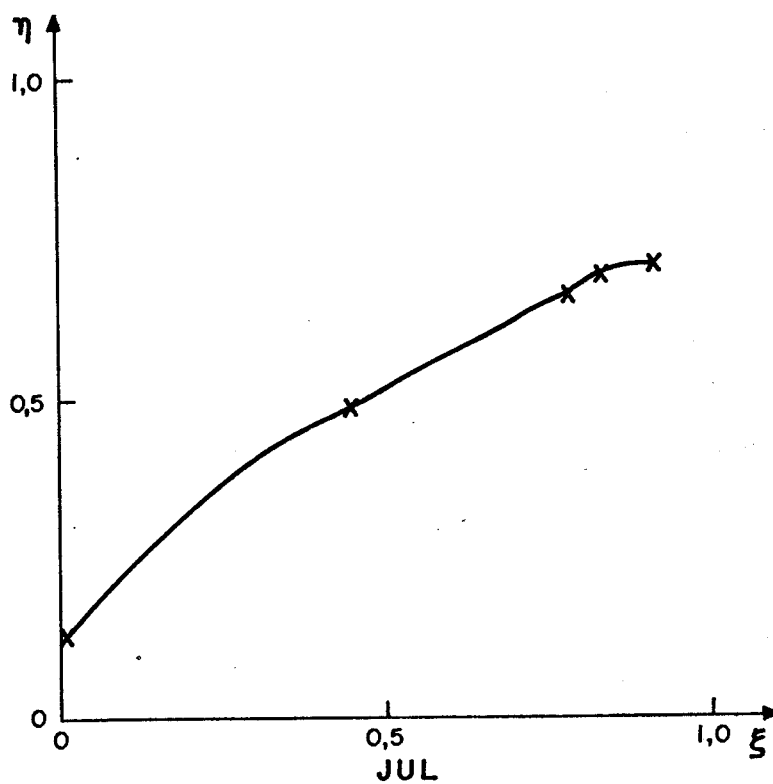


Fig. 19 - Representação gráfica da função "spline" cúbica para o mês de julho.
Os pontos "x" indicam as posições dos "nós" considerados.

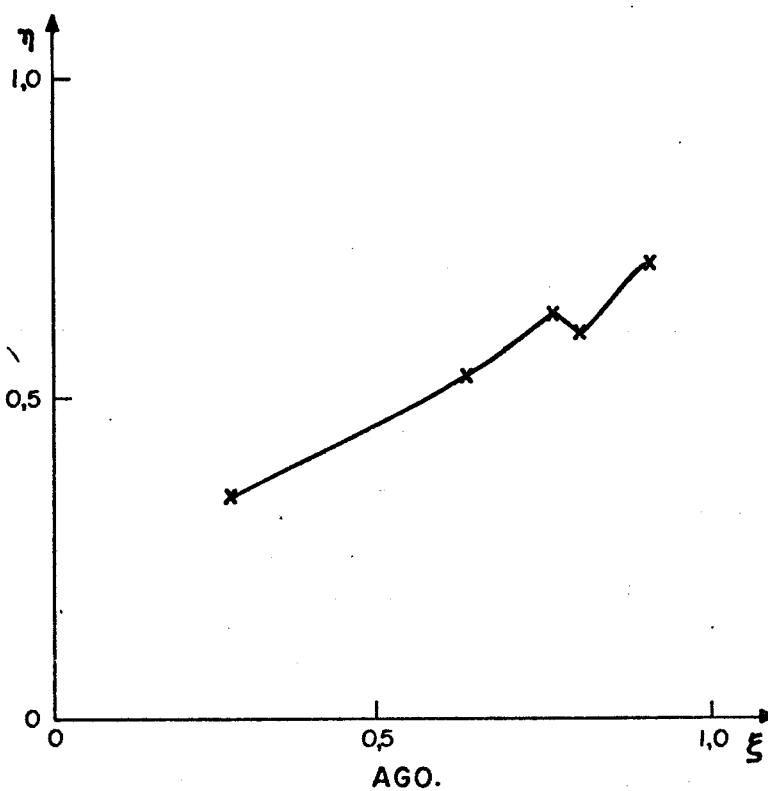


Fig. 20 - Representação gráfica da função "spline" cúbica para o mês de agosto.
Os pontos "x" indicam as posições dos "nós" considerados.

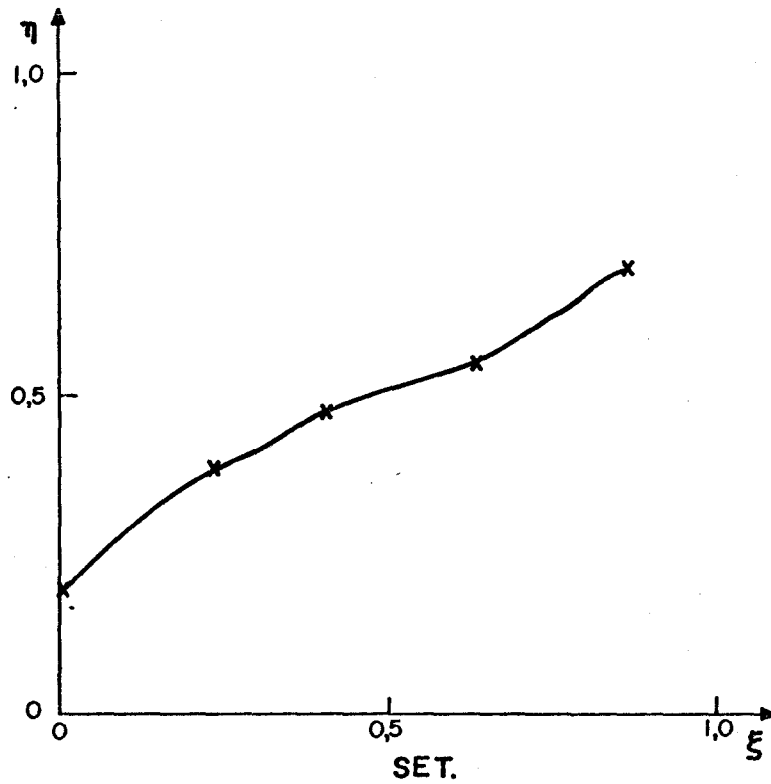


Fig. 21 - Representação gráfica da função "spline" cúbica para o mês de setembro.
Os pontos "x" indicam as posições dos "nós" considerados.

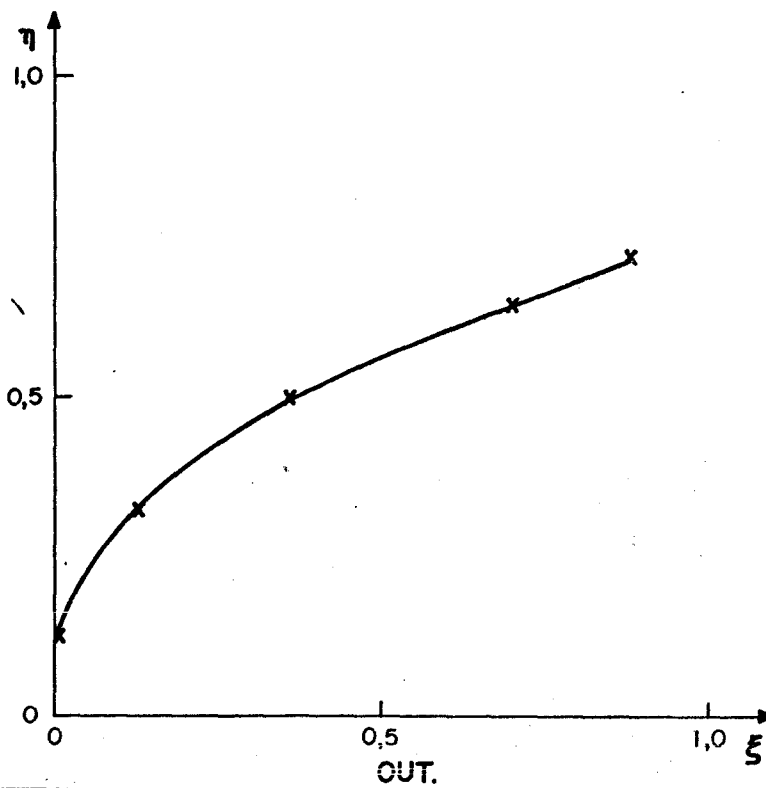


Fig. 22 - Representação gráfica da função "spline" cúbica para o mês de outubro.
Os pontos "x" indicam as posições dos "nós" considerados.

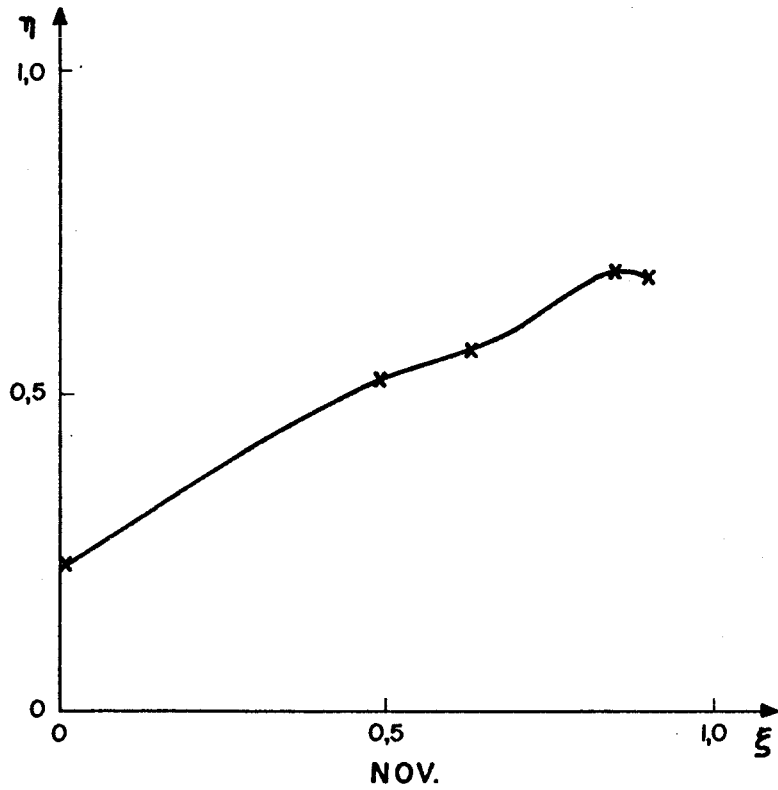


Fig. 23 - Representação gráfica da função "spline" cúbica para o mês de novembro.

Os pontos "x" indicam as posições dos "nós" considerados.

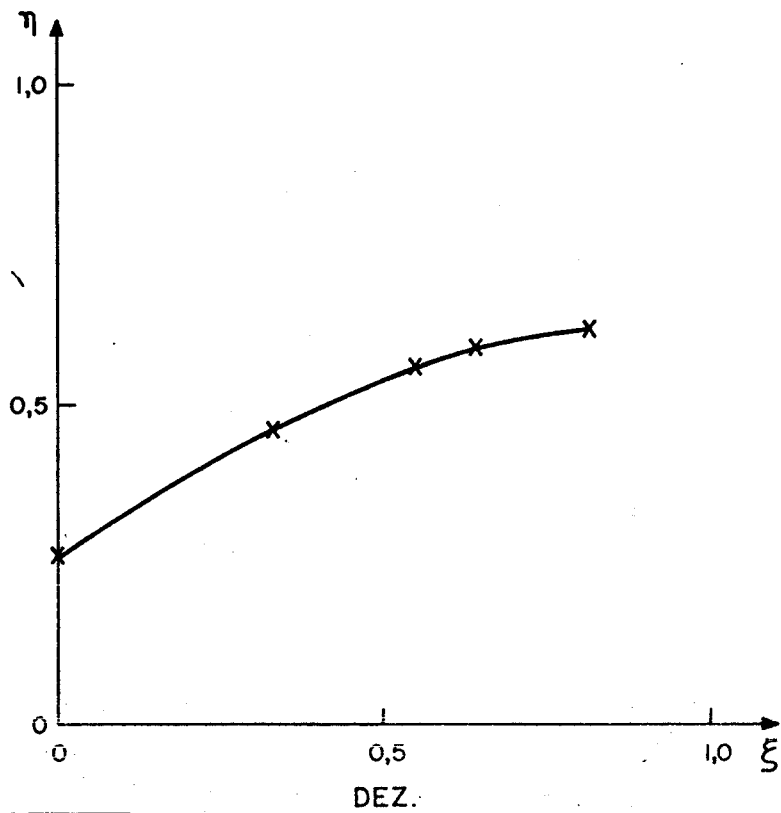


Fig. 24 - Representação gráfica da função "spline" cúbica para o mês de dezembro.

Os pontos "x" indicam as posições dos "nós" considerados.

4. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Dos resultados apresentados pode-se observar que o coeficiente de correlação linear, calculado para ξ e η , é bastante alto para a maioria dos meses (Figuras de 1 a 12).

A seleção dos pontos de junção dos polinômios cúbicos, "nós", que aparece na primeira coluna da Tabela 3, foi determinada a partir de testes realizados com a terceira derivada das funções "splines" cúbicas: os seus valores, calculados naqueles pontos, devem ser significativamente diferentes de zero. Além disto procurou-se manter aqueles nós para os quais a função "spline" cúbica gerava estimativas que produziam menor variância:

$$(V = \sum_{i=1}^{N \leq 31} (\xi_i - S(\eta_i))^2/N).$$

Entretanto, a variância das estimativas fornecidas pelas funções "splines" cúbicas assim determinadas (especificadas na Tabela 3) é maior que das estimativas fornecidas pelas regressões lineares para muitos dos meses. Para alguns dos meses, o uso de 7 "nós" gerou funções "splines" cúbicas que produziram menor variância.

Para o mês de maio por exemplo, cujo coeficiente de correlação linear é aproximadamente 0,77, a variância das estimativas fornecidas pela função "spline" cúbica, quando utilizados 5 "nós", é menor que a variância das estimativas fornecidas pela função "spline" cúbica com o uso de 7 "nós", a qual é maior que a variância das estimativas fornecidas pela regressão linear.

5. CONCLUSÕES

Apesar de a maioria dos meses apresentarem alto coeficiente de correlação linear, achou-se interessante aplicar e/ou investigar o uso de funções "splines" cúbicas, como por exemplo o proposto

por Childs et alii (1983) para os dados de radiação solar global como função dos de horas de brilho solar.

Testes foram feitos para verificar se os "nós" (pontos de junção dos polinômios cúbicos), selecionados para a determinação das funções "spline" cúbicas, representavam, de fato, uma mudança estrutural. Foram também estabelecidas funções "spline" cúbicas, determinadas com a seleção de um número maior de nós.

Através da análise de variância, parece que a quantidade de nós utilizados não é, por si só, fator determinante para a busca da melhor regressão; a posição deles, entretanto, deve ser "cuidadosamente" selecionada a partir de testes da terceira derivada da função "spline" cúbica determinada. Estes testes, no entanto, não garantem a melhor localização dos "nós" no sentido de uma pequena variação em suas posições poder ou não resultar em uma melhor regressão.

Este trabalho gera questões que necessitam de um estudo mais minucioso para as suas investigações, as quais serão tratadas futuramente.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANGSTRÖM, A. Solar and terrestrial radiation. *Quartely Journal of the Royal Meteorological Society*, 50:121-125, 1924.
- CHILDS, R.E.; CHUAH, D.G.S.; LEE, S.L.; TAN, K.C. Analysis of solar radiation data using cubic splines. *Solar Energy*, 33(5):643-653, 1983.
- MARTINEZ-LOZANO, J.A.; TENA, F.; ONRUBIA, J.E.; De La RUBIA, J. The historical evolution of the Angstrom formula and its modifications: Review and bibliography. *Agricultural Meteorology*, 33:109-128, 1984.
- POIRER, D.J. Piecewise regression using cubic splines. *Journal of the American Statistical Association*, 68(343):515-524, 1973.